

Задачи про рыцарей и лжецов в 4 - 5 классе как средство развития математической логики.

Занимательная математика – это направление в математике, проявляющееся в большей степени в рамках досуга, развлечения и самообразования. Элемент игры, который делает занимательную математику занимательной, может иметь форму головоломки, состязания, фокуса, ошибочного рассуждения или обычной математической задачи с «секретом» – каким-либо неожиданным или забавным поворотом мысли.

Задачи о рыцарях и лжецах – разновидность увлекательных математических задач, в которых фигурируют персонажи:

Лжец (плут, вампир, сумасшедший, оборотень) – человек, всегда говорящий ложь.

Рыцарь (человек, поступающий правдиво и правильно, правдивец) – человек, всегда говорящий правду.

Решение подобных задач обычно сводится к перебору вариантов с исключением тех, которые приводят к противоречию.

Существуют задачи с тремя типами персонажей – рыцари, лжецы и нормальные люди (вариант – шпионы). Последние могут как лгать, так и говорить правду.

Логические задачи – пожалуй, самый эффективный инструмент для развития логики и мышления как у детей, так и у взрослых.

Решение задачи на логику предполагает сложный мыслительный процесс. Это последовательное совершение определённых логических действий, работа с понятиями, использование различных логических конструкций, построение цепочки точных рассуждений с правильными промежуточными и итоговыми умозаключениями.

Логические задачи от обычных отличаются тем, что не требуют вычислений, а решаются с помощью рассуждений. Можно сказать, что логическая задача – это особая информация, которую не только нужно обработать в соответствии с заданным условием, но и хочется это сделать. Особое место логики, уделено в математике. Задачи, решение которых развивает логическое мышление, способствуют успешному изучению предмета. Эти задачи носят занимательный характер и не требуют большого запаса математических знаний, поэтому они привлекают даже тех учащихся, которые не очень любят математику.

Исходными данными в логических задачах являются высказывания. Высказывания и взаимосвязи между ними бывают так сложны, что разобраться в них без использования специальных методов сложно. Основная идея метода рассуждений состоит в том, чтобы последовательно анализировать всю информацию, имеющуюся в задаче, и делать на этой основе выводы.

Наверняка большинство из нас хотя бы раз проходили тесты на уровень логики. Большинство из них составлено из одних вопросов с подвохом.

Существует множество хитроумных задач об острове, населенном рыцарями, всегда говорящими только правду и лжецами, говорящими только ложь. Предполагается, что каждый обитатель острова либо рыцарь, либо лжец.

Так же бывают задачи с третьим типом персонажей – нормальные люди (вариант – шпионы). Они могут как лгать, так и говорить правду.

Систематическое выполнение логических заданий, решение нестандартных задач развивает, совершенствует познавательные способности и познавательную деятельность учащихся. Кроме того, выполнение задач такого вида требует постоянных умственных усилий, более глубокого анализа взаимосвязей, догадки, активизации знаний, проявления творческой инициативы.

Пояснение понятия «Я лгу».

Если сказав «я лгу», я сказал истину, то значит я при этом солгал (т. е. сказал неправду), что противоречит, следовательно, произнося это высказывание, я сказал неправду, т. е. солгал. Итак, доказав, что произнося это высказывание, я солгал, а так именно это я и утверждал, произнося это высказывание, то я, тем самым, сказал при этом истину, т. е. доказывает то, что я (в том же случае) сказал истину. В этом противоречии и состоит парадокс.

Чел произносит: «Я лгу», или «То что я сейчас говорю, является ложью», или же «Это высказывание ложно». Если высказывание ложно, то говорящий сказал правду и, сказанное им не является ложью. Если же высказывание не является ложным, а говорящий утверждает, что оно ложно, то это его высказывание ложно. Таким образом, если говорящий лжёт, он говорит правду, и наоборот.

Парадокс лжеца демонстрирует расхождение разговорной речи с формальной логикой, вводя высказывание, которое одновременно истинно и ложно.

Утверждение, составляющее парадокс лжеца, в формальной логике не доказывается и не опровергается. Поэтому считается, что данное высказывание вообще не является логическим утверждением. Попытка разрешить парадокс приводит к обобщениям классической логики: например, тройственной логике, комплексной логике или паранепротиворечивой логике.

Научить детей в 4-5 классе решать задачи про рыцарей и лжецов, в которых надо определить, кто является лжецом, а кто говорит правду – просто.

Схема решения этих задач такова - разобрать все случаи и отсеять те, что приводят к противоречию. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы лгут.

Задача 1

В одном городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Путешественник встретил двух жителей этого города. Один из них сказал: «По крайней мере один из нас лжец!». Кто этот горожанин - рыцарь или лжец? Кто второй горожанин?

Решение

Если разговорчивый горожанин лжец, то фраза «По крайней мере один из нас лжец!» является неправдой, то есть среди них нет ни одного лжеца. А это приводит к противоречию, т.к. он лжец. Если же он сказал правду, то второй горожанин - лжец.

Ответ: первый - рыцарь, второй - лжец.

Задача 2

В одном городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Горожанин Пит сказал своим друзьям: - Вчера мой сосед заявил мне, что он лжец! Кем является Пит — рыцарем или лжецом?

Решение

1 способ

Лжец не может заявить, что он лжец, так как это будет правдой, а это противоречие, следовательно, Пит лжет.

2 способ

Можно рассмотреть два случая.

1. Если сосед Пита - рыцарь, тогда то, что он заявил Питу, должно быть правдой, то есть он должен быть лжецом. Но мы предположили, что он рыцарь. Значит, такого не может быть.

2. Если сосед Пита - лжец, то он сказал Питу неправду, то есть неправда, что он лжец. Снова противоречие.

Итак, если бы сосед Пита сказал ему, что он лжец, то в любом случае получилось бы противоречие, то есть, такого быть не могло. Вывод: сосед Пита этого вообще не говорил!

Значит, Пит лжёт.

Ответ: Пит – лжец.

Задача 3

Есть два поселка, которые разделяет мост. С одной стороны моста в поселке Правдурубово живут рыцари, которые говорят только правду, с другой в поселке Честновруново лжецы, которые всегда врут. Жители двух поселков любят ходить друг к другу в гости. Путешественник оказался в одном из этих поселков, он задал вопрос первому встретившемуся человеку: «Это ваш родной поселок?». На что получил ответ: «Нет, я здесь в гостях». В каком поселке оказался путешественник?

Решение

Первый встречный мог быть либо рыцарем, либо лжецом. Если он рыцарь, то его ответ правдив, и он не живёт в этом поселке, и тогда это поселок

лжецов. Если же он лжец, то его ответ — ложь, и он живет в этом поселке а значит, это опять же поселок лжецов. Итак, в обоих случаях получается, что путешественник оказалась в поселке лжецов Честновруново.

Ответ: в поселке лжецов Честновруново.

Задача 4

Встретились два горожанина Тыс и Мыс.

- По крайней мере один из нас – рыцарь, - глубокомысленно изрек Тыс.

- Но ты то уж точно лжец! – рассмеялся ему в лицо Мыс. Определите, кем являются оба?

Решение

Если предположить, что Мыс рыцарь, то он говорит правду и Тыс лжец, но этого не может быть, т.к. Тыс в таком случае сказал правду, что один из них рыцарь. Следовательно, Мыс лжет, а Тыс рыцарь. Это подтверждается их высказываниями.

Ответ: Тыс – рыцарь, Мыс – лжец

Задача 5

В одном городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Горожанин Марк выкрикнул: « Или я лжец, или Артур рыцарь!». Кто такой Марк (рыцарь или лжец), и кто такой Артур?

Решение

В высказывании Марка стоит противопоставление: либо одна либо другая часть правда. Я - лжец, лжец про себя так не скажет, т.к. он будет всегда лгать, следовательно, Марк - рыцарь и первая часть его высказывания неверна, а вторая верна, т.е. Артур тоже рыцарь.

Ответ: Марк и Артур оба рыцари.

Задача 6

В одном городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Горожанин Бук высказал утверждение: "Я лжец, а Тук не лжец". Кто такой Бук (рыцарь или лжец), и кто такой Тук?

Решение

Здесь во фразе нет противопоставления, выражение должно быть либо правдой, либо ложью. Рыцарь про себя не может сказать, что он лжец, следовательно, Бук – это лжец. Так как он сказал про себя правду в первой части фразы, то во второй он должен наврать, чтобы высказывание стало ложью, следовательно, Тук тоже лжец.

Ответ: Бук и Тук оба лжецы.

Задача 7

Однажды в четверг после дождя между горожанами Тимом и Бимом произошел следующий диалог: - Ты можешь сказать, что я рыцарь, - гордо заявил Тим. - Ты можешь сказать, что я лжец, - грустно ответил ему Бим. Кем являются Тим и Бим?

Решение

Пусть Тим — рыцарь, то есть говорит правду. Тогда Бим может сказать, что Тим рыцарь. Поскольку это правда, то получается, что Бим может сказать правду, значит, Бим тоже рыцарь. Но тогда сказанное Томом тоже

должно быть правдой, но на самом деле Тим не сможет сказать, что он лжец, потому что он не лжец, а Тим не врёт. Противоречие.

Значит, Тим — лжец. Тогда Бим не может сказать, что он рыцарь, то есть Бим не может сказать неправду. Значит, Бим рыцарь. И действительно, слова Бима — правда, потому что Тим может соврать, сказав, будто Бим лжец.

Ответ: Тим – лжец, Бим – рыцарь.

Задача 8

Волшебная страна населена лжецами и рыцарями, причем лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Путешественник едет по этой стране в сопровождении местного гида. Навстречу им попадает туземец и путешественник спрашивает его: "Вы, конечно, рыцарь?" Туземец его понимает и отвечает "Гашака", что означает то ли "да", то ли "нет". На просьбу перевести гид говорит: "Он сказал - да. Добавлю, что на самом деле он лжец". Кем, на самом деле, был встреченный ими туземец?

Решение

Заметим сначала, что путешественник и без помощи гида мог определить, что слово "Гашака" обозначает "да". Действительно, независимо от того, является ли житель страны рыцарем или лжецом, на вопрос "Вы, конечно, рыцарь?" он ответит "да". Значит, гид является рыцарем и говорит правду, но из его слов следует, что туземец - лжец. Следовательно, так оно и есть.

Ответ: Лжецом.

Задача 9

В городе «Правдивая ложь» живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Странствующий путник встретил троих горожан и спросил каждого из них: "Сколько рыцарей среди твоих друзей?". Первый ответил: "Ни одного". Второй сказал: "Один". Что сказал третий горожанин?

Решение

Если первый — рыцарь, то, по его словам, второй и третий — лжецы. Но это невозможно из-за высказывания второго горожанина. Так получилось бы, что второй сказал бы правду, хотя он лжец. Значит, первый — лжец. Если второй — лжец, то по его словам третий тоже лжец. Но тогда первый горожанин сказал правду, а он должен был соврать. Значит, второй — рыцарь. И, по его словам, третий тоже рыцарь. Третий честно ответит: "Один".

Ответ: Один.

Задача 10

Встретились трое горожан из города, в котором живут рыцари и лжецы. Горожанин Ван говорит: «Мы все трое лжецы». Ман говорит: «Ровно один из нас трои рыцарь». Тан молчит. Кто из них кто?

Решение

Ван не может быть рыцарем, ибо тогда они все (включая и его) были бы лжецами. Поэтому Ван – лжец. Поэтому он лжет, и среди них трои есть рыцари (хотя бы один). Если Ман – рыцарь, то он говорит правду, и Тан

тогда лжец. Если же Ман – лжец, то рыцарей среди них либо нет, либо 2 или 3. Последние два варианта, очевидно, невозможны (Ман и Ван уже лжецы). Поэтому тогда и Тан должен быть лжецом. Но это противоречит ранее доказанному, что среди них есть рыцари. Поэтому Ман не может быть лжецом.

Ответ: Ван – лжец, Ман – рыцарь, Тан – лжец.

Задача 11

Путешественник встретил двух жителей города, в котором живут лжецы и рыцари. Он спросил обоих: «Рыцарь ли его приятель?» и получил ответы. Должны ли оба ответа быть одинаковыми?

Решение

Если оба встретившихся вам островитянина рыцари, то они оба ответят "да". Если они оба лжецы, то они также оба ответят "да". Если же один из них рыцарь, а другой лжец, то рыцарь ответит "нет" и лжец также ответит "нет".

Ответ: Должны.

Задача 12

Встретились два горожанина Том и Сем. Том заявил: «Мы оба лжецы, и этот город называется Троя». Сем ответил: «По крайней мере один из нас лжец, и этот город не Троя». Возможно ли, чтобы этот город действительно назывался Троя? Если да, то наверняка ли он так называется?

Решение

Пусть этот город действительно называется Троя. Тогда вторая часть высказывания Тома истинна, вторая часть высказывания Сема – ложна. Том не может быть рыцарем, так как рыцарь не скажет о себе, что он лжец. Значит, Том – лжец. То есть, первая часть высказывания Сема истинна, а, так как вторая ложна, то ложно и все его высказывание в целом. То есть Сем – лжец. Значит, они оба лжецы. Но тогда обе части высказывания Тома истинны, что невозможно, следовательно, Том – лжец). Значит, этот город не может называться Троя. Получается, что Том лжец, а Сем – рыцарь.

Ответ: нет, нельзя.

Предлагаю дать решить следующие задачи ученикам самостоятельно с последующим разбором на уроках или на занятиях математического кружка.

1. На острове рыцарей и лгунов беседовали три жителя: А, В и С.
А сказал: «Мы все лгуны», а
С возразил: «Среди нас троих один - правдивый человек». Кто из них кто?
2. На острове живут рыцари и лжецы. Путешественник, встретивший одного из местных жителей, спросил его, кем он является. Что ответит житель?
3. На остров рыцарей и лжецов приехал путешественник и нанял себе проводника. Однажды, увидев вдали туземца, путешественник сказал проводнику: "Пойди и спроси у того человека: рыцарь он или лжец". Вскоре проводник вернулся и сказал: "Этот человек сказал, что он лжец". Кем был проводник, рыцарем или лжецом?
4. Подойдя к группке из островитян Остапа, Сидора и Прохора, вы спросили у Остапа: «Вы рыцарь или лжец?» Тот ответил, но так неразборчиво, что вы не смогли ничего понять, и пришлось переспрашивать у Сидора: «Что сказал Остап?» «Остап сказал, что он лжец», — ответил Сидор. «Не верьте Сидору! Он лжет!» — вмешался в разговор Прохор. Определите, кто из Сидора и Прохора рыцарь и кто лжец?
5. Не ограничившись одним ответом, вы опросили всех аборигенов, собравшихся в порту, и все они ответили: «Все остальные собравшиеся — лжецы». Сколько рыцарей собралось в порту?
6. Гуляя по острову, вы услышали интересный диалог. Один из аборигенов сказал другому: «По крайней мере один из нас — рыцарь». «Ты — лжец», — ответил ему второй. Кто из них кто?
7. Предположим, что островитянин А высказывает утверждение: "Я лжец, а В не лжец". Кто из островитян А и В рыцарь и кто лжец?
8. Проголодавшись, вы зашли в трапезную. За круглым столом сидело девять аборигенов. При виде вас каждый из них тут же сказал: «Мои соседи из разных племён». Сколько рыцарей и сколько лжецов было за столом?
9. Однажды 7 жителей острова собрались за круглым столом. Каждый из них заявил, что один его сосед - рыцарь, а другой лжец. Сколько лжецов и сколько рыцарей было за столом?

10. После обеда, вы вышли в сад, где группами стояли и разговаривали островитяне. Вы подошли к одной такой группке из островитян Антонио, Бена и Стива. На ваш вопрос кто они такие, Бен ответил: «Мы все лжецы», а Стив сказал: «Среди нас только один рыцарь». Сможете ли вы определить, кто из этих троих кто?

11. К третьей группе из четырёх аборигенов вы обратились с вопросом: «Сколько рыцарей среди вас?» На этот вопрос они дали такие ответы. Первый: «Все мы лжецы», второй: «Среди нас один лжец», третий: «Среди нас два лжеца», четвёртый: «Я ни разу не солгал и сейчас не лгу». Сможете ли вы определить, кем являлся четвёртый абориген?

12. Выйдя на улицу, вы встретили на дороге троих аборигенов и спросили каждого: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?» Первый ответил: «Ни одного», второй ответил: «Один». Что сказал третий?

13. Есть два близ лежащих острова, в одном из которых живут все лжецы, а в другом – правдолюбы. И те, и другие приезжают друг к другу в гости. Какой нужно задать единственный вопрос прохожему, чтобы узнать, на каком вы находитесь острове?

Список использованной литературы

Братусь Т.А. Все задачи «Кенгуру». / Братусь Т.А., Жарковская Н.А., Максимов Д.В. – СПб.: Левша, 2017. – 352 с.

Литвинов В.Л. 88 занимательных и олимпиадных задач по математике. Сборник занимательных задач, интересных загадок, головоломок, фокусов и игр. / В.Л. Литвинов. – Самара, 2017. – 43 с.

Никольский С.М. Математика 5 класс: учебник / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2018. – 269 с.

Смаллиан Р.М. Как же называется эта книга? / Р.М. Смаллиан. – М.: Мир, 2012. – 272 с.

Шарыгин И.Ф. Задачи на смекалку: учебное пособие для 5-6 классов общеобразовательных учреждений / И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2017. – 95 с.

[Задачи про рыцарей и лжецов \(multiurok.ru\)](http://multiurok.ru)

[Остров рыцарей и лжецов \(school-science.ru\)](http://school-science.ru)

[Задачи про рыцарей и лжецов в 4-5 классе. Задачи с решениями онлайн \(2plus2.online\)](http://2plus2.online)